

## KONKURS MATEMATYCZNY DLA UCZNIÓW GIMNAZJUM

Etap Wojewódzki

### Kryteria oceniania zadań

#### Zadania zamknięte

Zadanie	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Odpowiedź	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>D</b>	<b>C</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>C</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>

#### Zadania Prawda/Falsz

Zadanie	Odpowiedź
14	<b>A</b>
	<b>B</b>
	<b>C</b>
	<b>D</b>
15	<b>A</b>
	<b>B</b>
	<b>C</b>
16	<b>A</b>
	<b>B</b>
	<b>C</b>
	<b>D</b>
	<b>E</b>
17	<b>A</b>
	<b>B</b>
	<b>C</b>
	<b>D</b>
18	<b>A</b>
	<b>B</b>
	<b>C</b>

## Zadania otwarte

### Zadanie 19

Uczeń otrzymuje 1 pkt.

za przekształcenie wyrażenia do postaci  $y = \frac{(x+3)^2 + 4}{x+3} = x+3 + \frac{4}{x+3}$  lub postaci iloczynowej  $(x+3)(y-x-3) = 4$ .

Uczeń otrzymuje 2 pkt.

za stwierdzenie, że aby spełnione były warunki zadania  $x+3$  musi być dzielnikiem liczby 4.

Uczeń otrzymuje 3 pkt.

gdy zapisze, że  $x+3$  może przyjmować wartości:  $-1, 1, -2, 2, -4, 4$  lub zapisze odpowiednie równania:

$$x+3 = -1 \text{ lub } x+3 = 1 \text{ lub } x+3 = -2 \text{ lub } x+3 = 2 \text{ lub } x+3 = -4 \text{ lub } x+3 = 4.$$

Uczeń otrzymuje 4 pkt.

gdy wyznaczy wartości liczby  $x$ :

$x = -4$  lub  $x = -2$  lub  $x = -5$  lub  $x = -1$  lub  $x = -7$  lub  $x = 1$ . Uczeń może w dalszych rozważaniach pominąć  $x = 1$ , gdyż nie spełnia warunków zadania.

Uczeń otrzymuje 5 pkt.

za wyznaczenie wartości  $y$  które odpowiadają obliczonym wartościom  $x$ :

$$\begin{cases} x = -4 \\ y = -5 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -2 \\ y = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -5 \\ y = -4 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -7 \\ y = -5 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 \\ y = 5 \end{cases}.$$

Uczeń otrzymuje 6 pkt.

za udzielenie odpowiedzi zgodnej z warunkami zadania:

Równość spełniają pary liczb:  $(-4, -5)$ ,  $(-5, -4)$ ,  $(-7, -5)$

#### **Uwaga 1:**

Jeżeli uczeń wyznaczy wszystkie trzy pary liczb bez uzasadnienia, że są to jedyne rozwiązania otrzymuje 2 pkt (za dwie pary liczb 1 pkt).

#### **Uwaga 2:**

Jeśli uczeń zapisał wyrażenie w postaci iloczynu i dalej kontynuuje rozwiązanie otrzymuje punkty proporcjonalnie do postępów rozwiązania.

#### **Uwaga 3:**

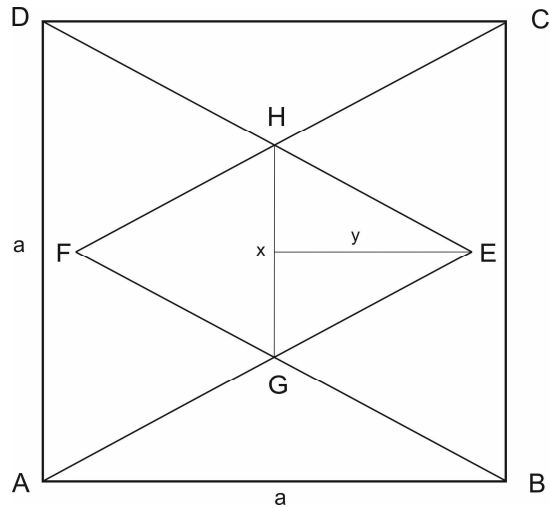
Jeżeli uczeń doprowadzi wyrażenie do postaci  $y = \frac{(x+3)^2 + 4}{x+3} = x+3 + \frac{4}{x+3}$

albo  $(x+3)(y-x-3) = 4$  i poda wszystkie trzy pary liczb bez uzasadnienia, że są to jedyne rozwiązania, otrzymuje maksymalnie 3 pkt.

**Zadanie 20**

**Sposób I**

Uczeń otrzymuje 1 pkt.  
za rysunek wraz z oznaczeniami.



Uczeń otrzymuje 2 pkt.

gdy zauważy, że szukane pole to pole rombu (który nie jest kwadratem) lub sumą pól dwóch trójkątów równobocznych albo wyznaczy długość odcinka koniecznego do wyznaczenia przekątnych rombu.

Uczeń otrzymuje 3 pkt.

za obliczenie długości odcinka  $y$ , który jest połową przekątnej rombu FGEH lub wysokością w trójkącie równobocznym GHE  $y = \frac{a\sqrt{3}}{2} - \frac{a}{2} = \frac{a(\sqrt{3}-1)}{2}$ .

Uczeń otrzymuje 4 pkt.

za wyznaczenie długości odcinka  $x$ , który jest długością drugiej przekątnej rombu lub długością boku trójkąta GHE  $x = \frac{a(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}}$ .

Uczeń otrzymuje 5 pkt.

za wstawienie do odpowiedniego wzoru opisującego szukane pole poprawnie wyznaczonych długości.

Uczeń otrzymuje 6 pkt.

za bezbłądne wyznaczenie szukanego pola  $P_{FGEH} = \frac{(2\sqrt{3}-3)}{3}a^2$

**Uwaga:**

Jeśli uczeń wyznaczy błędnie długość przekątnej lub boku rombu (i nie jest to błąd rachunkowy), otrzymuje za całe rozwiązanie maksymalnie 4 pkt.

## **Sposób II**

Możemy zauważyć, że pole szukanej figury  $P_f$  wyznaczymy obliczając pola innych wielokątów zawartych w kwadracie:

$$P_f = 2P_{ABH} + 2P_{AFD} - P_{ABCD}$$

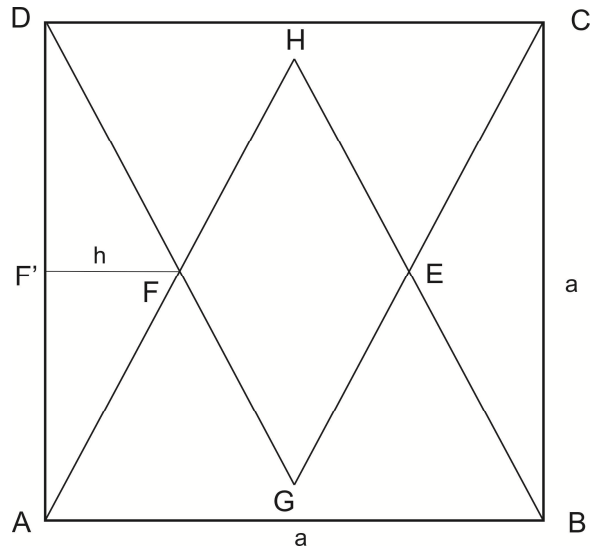
$$h = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$P_{AFD} = \frac{a^2\sqrt{3}}{12}$$

$$P_f = \frac{(2\sqrt{3}-3)}{3}a^2$$

Uczeń otrzymuje 1 pkt.

za rysunek zgodny z treścią zadania



Uczeń otrzymuje 2 pkt.

gdy zauważy zależność między szukanim polem a polami innych figur zawartych w kwadracie albo wyznaczy długość odcinka  $h$  albo odcinka niezbędnego do obliczenia potrzebnego pola.

Uczeń otrzymuje 3 pkt.

gdy zauważy zależność między szukanim polem a polami innych figur zawartych w kwadracie i wyznaczy długość odcinka  $h$  albo odcinka niezbędnego do obliczenia potrzebnego pola.

Uczeń otrzymuje 4 pkt.

za poprawne wyznaczenie pola trójkąta AFD albo pola innej figury (z wyjątkiem trójkąta równobocznego ABH).

Uczeń otrzymuje 5 pkt.

za wstawienie wyznaczonych wielkości do poprawnego wzoru.

Uczeń otrzymuje 6 pkt.

za poprawne wyznaczenie pola szukanej figury.

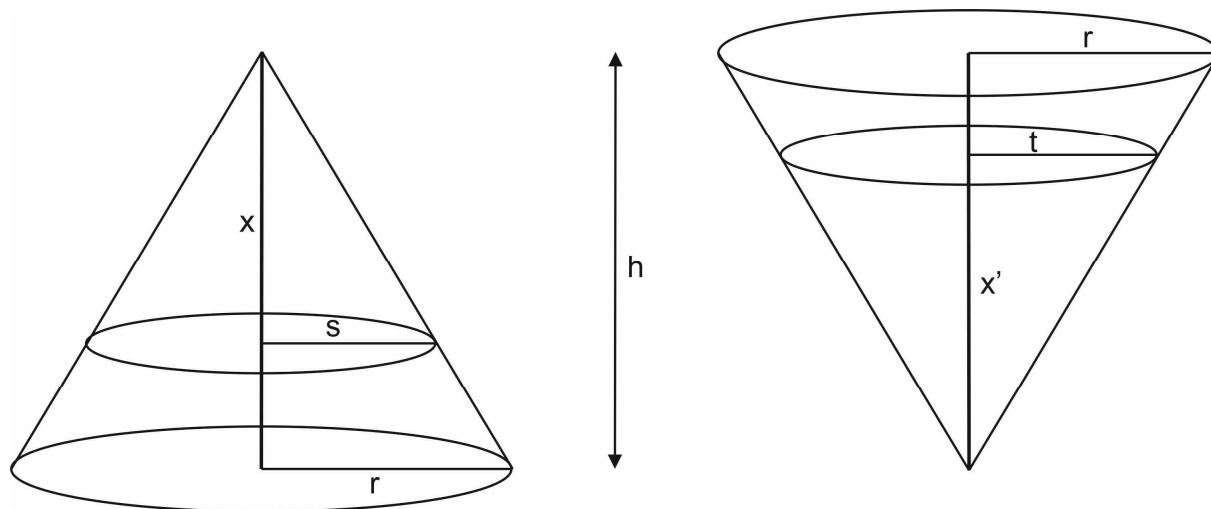
### **Uwaga:**

Jeżeli uczeń wyznaczy błędnie pole jednej z figur (i nie jest to błąd rachunkowy) otrzymuje za rozwiązanie maksymalnie 4 pkt.

**Zadanie 21**

Uczeń otrzymuje 1 pkt.

za wykonanie rysunku i przyjęcie oznaczeń zgodnie z treścią zadania



Uczeń otrzymuje 2 pkt.

za zapisanie zależności na objętość wody przynajmniej w jednym z położenia naczynia.

$$V_1 = \frac{1}{3} \pi r^2 h - \frac{1}{3} \pi s^2 x = \frac{1}{3} \pi (r^2 h - s^2 x)$$

$$V_1 = \frac{1}{3} \pi t^2 x'$$

albo zauważy zależności wynikające z podobieństwa trójkątów.

Uczeń otrzymuje 3 pkt.

za zapisanie, że objętości wody w obu położeniach są identyczne.

$$V_1 = V_2$$

$$r^2 h = t^2 x' + s^2 x$$

Uczeń otrzymuje 4 pkt.

gdy zauważy podobieństwo trójkątów.

$$\frac{x}{s} = \frac{h}{r} \quad \frac{t}{x'} = \frac{r}{h}$$

Uczeń otrzymuje 5 pkt.

gdy wyznaczy szukane wielkości  $x$  i  $x'$  lub zależność między nimi

$$x = \frac{hs}{r} \quad x' = \frac{ht}{r}$$

otrzymując równość

$$r^2 h = t^2 \frac{ht}{r} + s^2 \frac{hs}{r}$$

Uczeń otrzymuje 6 pkt.

za poprawne wyznaczenie wartości promienia.

$$r^3 = t^3 + s^3$$

$$r = \sqrt[3]{189}$$

**Uwaga:**

Jeśli uczeń stosuje równość  $x = x'$  lub  $h = x + x'$  to może maksymalnie uzyskać 4 pkt.

**Uwaga do zadań 19, 20, 21**

Każde inne poprawne rozwiązanie oceniamy na maksimum punktów.

Jeżeli uczestnik poda wynik bez uzasadnienia, to otrzymuje **0** punktów.

Za błąd rachunkowy, który nie powoduje znacznego uproszczenia rozwiązania uczeń traci 1 pkt.