

**KONKURS MATEMATYCZNY**  
**DLA UCZNIÓW SZKÓŁ PODSTAWOWYCH**  
**ETAP REJONOWY**

**KLUCZ ODPOWIEDZI**

**Zasady przyznawania punktów**

- za każdą poprawną odpowiedź – 1 punkt
- za błędną odpowiedź lub brak odpowiedzi – 0 punktów

Nr zadania	Poprawna odpowiedź	
1.	C	
2.	C	
3.	D	
4.	A	
5.	C	
6.	C	
7.	B	
8.	C	
9.	D	
10.	A	
11.	A	F
	B	P
	C	F
	D	P
12.1	20	
12.2	30	
13.1	$x$	$9x$
	$x + 2$	$9x - 2$ lub $5(x + 2)$
13.2	$x + 2 = 0,2(9x - 2)$ lub $5(x + 2) = 9x - 2$ lub $x + 9x = x + 2 + 5(x + 2)$	
13.3	A	F
	B	P
	C	P

### Informacja ogólna o ocenianiu zadań otwartych

Niżej zaproponowano opis, za jakie czynności ucznia należy przyznawać kolejne punkty. Opis ma charakter hierarchiczny tj. uczeń otrzymuje wyższą liczbę punktów, jeśli spełnia wymagania zapisane nie tylko przy tej liczbie, ale także wcześniejsze.

#### Zadanie 14. (0-2)

1 pkt – poprawne wyznaczenie zależności pomiędzy  $a$  i  $b$  ( $4a = b$ )

2 pkt – podstawienie w miejsce  $b$  wyrażenia  $4a$  i poprawne wyznaczenie wartości wyrażenia (4)

#### Przykładowe rozwiązanie

$$\frac{a}{a+b} = \frac{1}{5}$$
$$5a = a + b$$
$$4a = b$$
$$\frac{5b}{a+b} = \frac{5 \cdot 4a}{a+4a} = \frac{20a}{5a} = 4$$

*Uwaga!*

Jeżeli uczeń w miejsce  $a$  i  $b$  wstawi konkretne liczby otrzymuje 0 pkt.

#### Zadanie 15. (0-4)

##### 15.1.

1pkt. – poprawne uzupełnienie wszystkich luk

$$3,5^2 - 3 \cdot 4 = 0,25$$

$$9,5^2 - 9 \cdot 10 = 0,25$$

$$99,5^2 - 99 \cdot 100 = 0,25$$

##### 15.2.

1 pkt. – poprawny zapis tezy twierdzenia

##### 15.3.

1 pkt. – prawidłowe podniesienie do kwadratu sumy  $n + 0,5$

2 pkt. – prawidłowe wykonanie mnożenia  $n \cdot (n+1)$  i doprowadzenie wyrażenia do wyniku

#### Przykładowe rozwiązanie

$n$  – liczba naturalna

$$(n + 0,5)^2 - n(n + 1) = 0,25$$

Dowód

$$(n + 0,5)^2 - n(n+1) = n^2 + 2n \cdot 0,5 + 0,25 - n^2 - n = n^2 + n + 0,25 - n^2 - n = 0,25$$

*Uwaga!*

Jeżeli uczeń nie uwzględni założenia, że  $n$  jest liczbą naturalną i zapisze tezę w postaci:

$n^2 - (n - 0,5)(n + 0,5) = 0,25$ , to przyjmujemy następującą punktację:

15.2. 0 pkt

15.3. 1 pkt za prawidłowe doprowadzenie wyrażenia do wyniku

**Zadanie 16. (0-4)**

1 pkt – oznaczenie niewiadomej i zapisanie co najmniej dwóch poprawnych zależności pomiędzy wiekiem mamy i Ewy

2 pkt – zapisanie poprawnego równania opisującego zależność pomiędzy wiekiem mamy i Ewy

3 pkt – poprawna metoda rozwiązania równania

4 pkt – podanie odpowiedzi uwzględniającej wiek mamy i Ewy obecnie

**Przykładowe rozwiązanie**

	2 lata temu	obecnie	za 2 lata	za $(x + 2)$ lata
wiek Ewy	$x$	$x + 2$	$x + 4$	$2(x + 2)$
wiek mamy	$5x - 4$	$5x - 2$	$5x$	$5x - 2 + x + 2$

$$2(x + 2) + 5x - 2 + x + 2 = 60$$

$$2x + 4 + 6x = 60$$

$$8x = 56$$

$$x = 7$$

Zatem:

	2 lata temu	<b>obecnie</b>	za 2 lata	za 9 lat
wiek Ewy	7	<b>9</b>	11	18
wiek mamy	31	<b>33</b>	35	42

Odpowiedź: Obecnie mama ma 33 lata, a Ewa 9 lat.

*Uwaga!*

*Uczeń może rozwiązać zadanie za pomocą układu równań.*

*Wówczas otrzymuje:*

*1 pkt – za poprawne zapisanie jednego równania*

*2 pkt – poprawne zapisanie układu równań*

*3 pkt – poprawna metoda rozwiązywania układu równań*

*4 pkt – prawidłowe rozwiązanie układu równań i podanie odpowiedzi na postawione*

*w zadaniu pytanie (wiek mamy i wiek Ewy obecnie)*

**Zadanie 17. (0-4)**

1 pkt – poprawny zapis dwóch liczb, których największym wspólnym dzielnikiem jest 12

2 pkt – poprawny zapis równania opisującego sumę tych liczb

3 pkt – wskazanie jednej pary liczb spełniającej warunki zadania

4 pkt – podanie poprawnej odpowiedzi uwzględniającej dwie pary liczb

**Przykładowe rozwiązanie**

**I sposób**

$a$  i  $b$  to szukane liczby naturalne

$n$  i  $k$  to dodatnie liczby naturalne

$$a = 12n \text{ i } b = 12k$$

$$a + b = 12n + 12k = 12(n + k)$$

$$12(n + k) = 96$$

$$n + k = 8 \text{ i } \text{NWD}(n, k) = 1$$

$n$	1	2	3	4
$k$	7	6	5	4
$12n$	12	24	36	48
$12k$	84	72	60	48
$\text{NWD}(n, k) = 1$	Tak	Nie	Tak	Nie

Lub zamiast ostatniego wiersza w tabeli zapis:

$$\text{NWD}(12, 84) = 12$$

$$\text{NWD}(24, 72) = 24 \text{ – nie spełnia warunków zadania}$$

$$\text{NWD}(36, 60) = 12$$

$$\text{NWD}(48, 48) = 48 \text{ – nie spełnia warunków zadania}$$

Odpowiedź: Szukane liczby to 12 i 84 lub 36 i 60.

## II sposób

$$96 : 12 = 8$$

$$96 = 8 \cdot 12 = 1 \cdot 12 + 7 \cdot 12 = 2 \cdot 12 + 6 \cdot 12 = 3 \cdot 12 + 5 \cdot 12 = 4 \cdot 12 + 4 \cdot 12$$

$$\text{NWD}(12, 84) = 12$$

$$\text{NWD}(24, 72) = 24 \text{ – nie spełnia warunków zadania}$$

$$\text{NWD}(36, 60) = 12$$

$$\text{NWD}(48, 48) = 48 \text{ – nie spełnia warunków zadania}$$

Odpowiedź: Szukane liczby to 12 i 84 lub 36 i 60.

*Uwaga!*

- I. za wskazanie jednej pary liczb wraz z uzasadnieniem, że para spełnia warunki zadania – 1 pkt*
- II. za wskazanie dwóch par liczb wraz z uzasadnieniem, że obydwie pary spełniają warunki zadania – 2 pkt*
- III. za wskazanie czterech par, bez wykluczenia par nie spełniających warunków zadania – 2 pkt*

## Zadanie 18. (0-5)

1 pkt – poprawna metoda obliczenia pola powierzchni bryły (iloczyn pola trójkąta równobocznego o boku długości 6 cm przez 24)

2 pkt – poprawna metoda obliczenia wysokości ostrosłupa

3 pkt – poprawna metoda obliczenia objętości ostrosłupa

4 pkt – poprawna metoda obliczenia objętości powstałej bryły (suma objętości sześcienu i sześciu ostrosłupów, przy zachowanej poprawnej metodzie obliczenia objętości ostrosłupa)

5 pkt – obliczenie pola powierzchni i objętości otrzymanej bryły (poprawność rachunkowa)

*Uwaga!*

*Jeśli uczeń poprawnie wyliczy*

- tylko pole powierzchni bryły otrzymuje 2 pkt
- tylko objętość bryły otrzymuje 3 pkt

**Przykładowe rozwiązanie**

Powierzchnia otrzymanej bryły składa się z 24 trójkątów równobocznych, każdy o boku długości 6 cm.

$$P = 24 \cdot \frac{6^2 \sqrt{3}}{4} = 24 \cdot \frac{36\sqrt{3}}{4} = 24 \cdot 9\sqrt{3} = 216\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$H$  – wysokość ostrosłupa

Podstawą ostrosłupa jest kwadrat o boku długości 6 cm, czyli jego przekątna ma długość  $6\sqrt{2}$  cm.

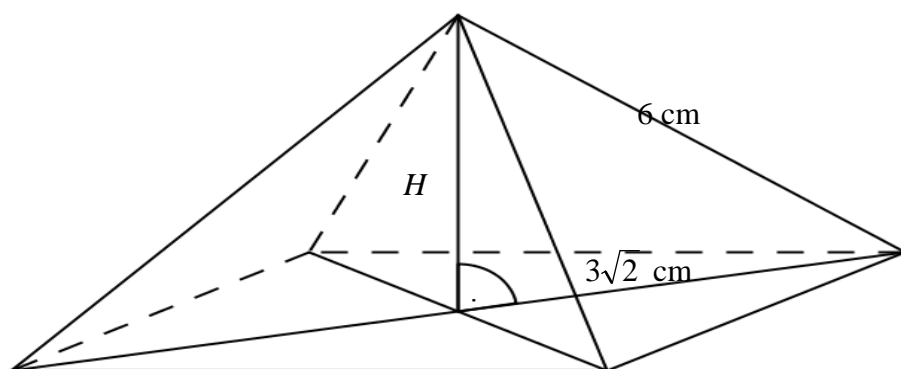
Z twierdzenia Pitagorasa

$$H^2 + (3\sqrt{2})^2 = 6^2$$

$$H^2 + 18 = 36$$

$$H^2 = 18$$

$$H = 3\sqrt{2} \text{ (cm)}$$



Objętość powstałej bryły jest sumą objętości sześcianu i sześciu ostrosłupów.

$V_o$  – objętość ostrosłupa

$$V_o = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 3\sqrt{2} = 36\sqrt{2} \text{ (cm}^3\text{)}$$

$V_{sz}$  – objętość sześcianu

$$V_{sz} = 6^3 = 216 \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$V = 216 + 6 \cdot 36\sqrt{2} = 216 + 216\sqrt{2} = 216(1 + \sqrt{2}) \text{ (cm}^3\text{)}$$

Odpowiedź: Pole powierzchni powstałej bryły jest równe  $216\sqrt{3}$  cm<sup>2</sup>, a objętość  $216(1 + \sqrt{2})$  cm<sup>3</sup>.