KONKURS Z MATEMATYKI

DLA UCZNIÓW SZKÓŁ PODSTAWOWYCH

ETAP REJONOWY

KLUCZ ODPOWIEDZI

Zasady przyznawania punktów

- **za każdą poprawną odpowiedź – 1 punkt**
- **za każdą poprawną odpowiedź w zadaniu 11 oraz 12 – 2 punkty**
- **za błędną odpowiedź lub brak odpowiedzi – 0 punktów**

Nr zadania		Poprawna odpowiedź
1.		D
2.		A
3.		E
4.		B
5.		E
6.		B
7.		C
8.		C
9.		D
10.		D
11.		B
12.		A
13.	**A**	F
	B	P
	C	F
	D	P
14.1		120^{o}
14.2		160^{o}

Informacja ogólna o ocenianiu zadań otwartych

Niżej zaproponowano opis, za jakie czynności ucznia należy przyznawać kolejne punkty. Opis ma charakter hierarchiczny tj. uczeń otrzymuje wyższą liczbę punktów, jeśli spełnia wymagania zapisane nie tylko przy tej liczbie, ale także wcześniejsze.

Za każde poprawne i pełne rozwiązanie zadania nieuwzględnione w schemacie punktowania przyznajemy maksymalną liczbę punktów.

Zadanie 15. (0-2)

1 pkt – poprawne wyznaczenie wartości wyrażeń w nawiasach (2^{37} i 2^{33})

2 pkt – poprawne obliczenie wartości wyrażenia (16 lub 2^4)

Przykładowe rozwiązanie

$$(32^7 + 4^{18} + 32^7):(4^{16} + 2^{16} \cdot 2^{16}) =$$
$$= ((2^5)^7 + (2^2)^{18} + (2^5)^7):((2^2)^{16} + 2^{32}) = (2^{35} + 2^{36} + 2^{35}):(2^{32} + 2^{32})$$
$$= (2 \cdot 2^{35} + 2^{36}):(2 \cdot 2^{32}) = (2^{36} + 2^{36}):2^{33} = 2^{37}:2^{33} = 2^4 = 16$$

Zadanie 16. (0-2)

1 pkt – poprawne obliczenie kwoty, którą powinien mieć Krzysztof (218zł)
lub Agnieszka (109zł)
2 pkt – obliczenie kwoty jaką powinien Krzysztof dać Agnieszce (38zł)

Przykładowe rozwiązanie

I sposób

256zł + 71zł = 327zł
327zł : 3 = 109zł
109zł · 2 = 218zł
256zł – 218zł = 38zł lub 109zł - 71zł = 38zł

Odpowiedź: Krzysztof powinien dać 38zł, wówczas zostanie mu dwa razy więcej niż miałaby wtedy Agnieszka.

II sposób

x – kwota jaką powinna mieć Agnieszka
2x – kwota jaką powinien mieć Krzysztof

x + 2x = 256 + 71
3x = 327
x = 109
2x = 218
256zł – 218zł = 38zł lub 109zł – 71zł = 38zł

Odpowiedź: Krzysztof powinien dać 38zł, wówczas zostanie mu dwa razy więcej niż miałaby wtedy Agnieszka.

Zadanie 17. (0-2)
1 pkt – przedstawienie poprawnego rozkładu liczby a = 2 097 152 na czynniki pierwsze
2 pkt – podanie poprawnej odpowiedzi uwzgledniającej zależność: (2 097 152 = 2^{21})

Przykładowe rozwiązanie
2 097 152 : 2 = 1 048 576
1 048 576 : 2 = 524 288
524 288 : 2 = 262 144
262 144 : 2 = 131 072
131 072 : 2 = 65 536
65 536 : 2 = 32 768
32 768 : 2 = 16 384
16 384 : 2 = 8 192
8 192 : 2 = 4 096
4 096 : 2 = 2 048
2 048 : 2 = 1 024
1 024 : 2 = 512
512 : 2 = 256
256 : 2 = 128
128 : 2 = 64
64 : 2 = 32
32 : 2 = 16
16 : 2 = 8
8 : 2 = 4
4 : 2 = 2
2 : 2 = 1

Zatem: 2 097 152 = 2^{21}

Odpowiedź: Ponieważ 2 097 152 = 2^{21}, więc największą liczbą pierwszą, przez którą dzieli się liczba 2 097 152 jest 2.

Zadanie 18. (0-2)
1 pkt – poprawne przekształcenie równania do postaci ax = –30 lub 2a = –30
2 pkt – podanie poprawnej odpowiedzi (a = –15)

Przykładowe rozwiązanie
I sposób
$5(2x - 3) - ax - (2x - 3)^2 - 6 = 22x - 4x^2$
$10x - 15 - ax - (2x - 3)(2x - 3) - 6 = 22x - 4x^2$
$10x - 15 - ax - (4x^2 - 6x - 6x + 9) - 6 = 22x - 4x^2$
$10x - 15 - ax - 4x^2 + 12x - 9 - 6 = 22x - 4x^2$
$-4x^2 + 22x - ax - 30 = 22x - 4x^2$
$-ax - 30 = 0$
$ax = -30$
$2a = -30$
$a = -15$

Odpowiedź: Dla a = –15 rozwiązaniem równania jest liczba 2.

II sposób

$5(2x-3) - ax - (2x-3)^2 - 6 = 22x - 4x^2$
$5(4 - 3) - 2a - (4-3)^2 - 6 = 44 - 16$
$5 - 2a - 1 - 6 = 28$
$-2a = 30$
$2a = -30$
$a = -15$

Odpowiedź: Dla a = –15 rozwiązaniem równania jest liczba 2.

Zadanie 19. (0-2)

1 pkt – przedstawienie poprawnego sposobu obliczenia o ile procent mniej pieniędzy ma Adam od Mariusza

2 pkt – podanie poprawnej odpowiedzi ($28\frac{4}{7}$% lub podanie poprawnych zaokrągleń)

Uwaga:
Jeżeli uczeń przyjmuje konkretną kwotę otrzymuje 0pkt.

Przykładowe rozwiązanie

x - kwota jaką posiada Adam
1,4x - kwota jaką ma Mariusz

$$\frac{1{,}4x - x}{1{,}4x} \cdot 100\% = \frac{0{,}4x}{1{,}4x} \cdot 100\% = \frac{4}{14} \cdot 100\% = \frac{2}{7} \cdot 100\% = 28\frac{4}{7}\%$$

Odpowiedź: Adam ma o $28\frac{4}{7}$% mniej pieniędzy od Mariusza.

Zadanie 20. (0-2)

1 pkt – obliczenie długości krawędzi sześcianu ($\sqrt{10}$ cm)

2 pkt – obliczenie długości przekątnej podstawy ($2\sqrt{5}$ cm lub $\sqrt{20}$ cm)

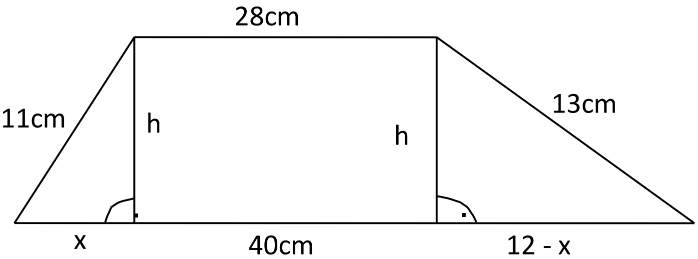
Przykładowe rozwiązanie

a – długość krawędzi sześcianu
$P_c = 60\ cm^2$
$60\ cm^2 : 6 = 10 cm^2$
a = $\sqrt{10}$ cm
d – długość przekątnej podstawy
d = $\sqrt{10} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ cm

Odpowiedź: Długość przekątnej podstawy jest równa $2\sqrt{5}$ cm.

Zadanie 21. (0-4)

1 pkt – poprawne ułożenie dwóch równań wynikających z twierdzenia Pitagorasa opisujących zależności pomiędzy ramionami trapezu a wysokością
2 pkt – obliczenie długości jednej z przyprostokątnych w trójkątach prostokątnych (4cm lub 8cm) lub obliczenie sumy pól dwóch trójkątów prostokątnych ($6\sqrt{105}$ cm)
3 pkt – obliczenie wysokości trapezu ($\sqrt{105}$ cm)
4 pkt – obliczenie pola trapezu ($34\sqrt{105}$ cm^2)



Przykładowe rozwiązanie

$h^2 + x^2 = 11^2$
$h^2 + (12 - x)^2 = 13^2$

$h^2 = 121 - x^2$
$h^2 = 169 - (12 - x)^2$
$121 - x^2 = 169 - (12 - x)^2$
$121 - x^2 = 169 - (144 - 24x + x^2)$
$121 - x^2 = 169 - 144 + 24x - x^2$
$24x = 96$
$x = 4$ cm
$12 - x = 8$ cm

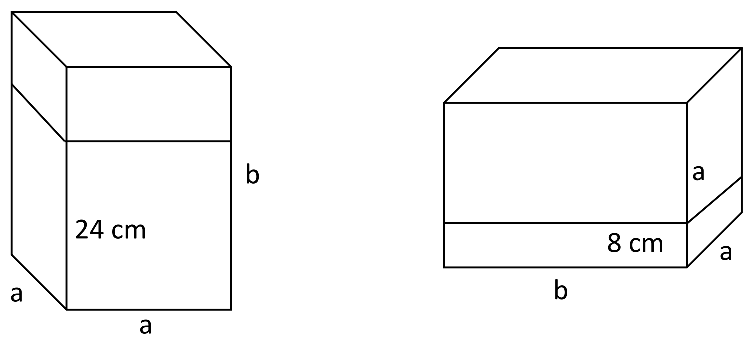
$h^2 + 4^2 = 11^2$
$h^2 = 121 - 16$
$h = \sqrt{105}$

$$P = \frac{(28 + 40) \cdot \sqrt{105}}{2} = 34\sqrt{105}\ \mathrm{cm}^2$$

Odpowiedź: Pole trapezu wynosi $34\sqrt{105}$ cm^2.

Zadanie 22. (0-4)
1 pkt – uczeń zauważa, że podstawa jest kwadratem
2 pkt – poprawny sposób obliczenia zależności pomiędzy krawędziami prostopadłościanu (krawędź boczna jest trzy razy dłuższa od krawędzi podstawy, np. 3a=b,
$24a^2 = 8ab$)
3 pkt – obliczenie długości krawędzi podstawy prostopadłościanu (10cm)
4 pkt – obliczenie objętości wody w naczyniu ($2400cm^3$)

Przykładowe rozwiązanie



V - objętość prostopadłościanu, $V = 3000cm^3$

V_1 - objętość wody w naczyniu

$V_1 = 24a^2$
$V_1 = 8ab$
$24a^2 = 8ab$
$b = 3a$
$V = 3a \cdot a^2$
$3a^3 = 3000$
$a^3 = 1000$
$a = 10cm$
$V_1 = 24 \cdot 10^2$
$V_1 = 2400\ cm^3$

Odpowiedź: Woda w naczyniu ma objętość $2400\ cm^3$.