KONKURS Z MATEMATYKI
DLA UCZNIÓW SZKÓŁ PODSTAWOWYCH

ETAP WOJEWÓDZKI

KLUCZ ODPOWIEDZI

Zasady przyznawania punktów

- **za każdą poprawną odpowiedź – 1 punkt**
- **za błędną odpowiedź lub brak odpowiedzi – 0 punktów**

Nr zadania	Poprawna odpowiedź
1.	C
2.	B
3.	A
4.	E
5.	E
6.	A
7.	E
8.	C
9.	B
10.	D

Informacja ogólna o ocenianiu zadań otwartych

Niżej zaproponowano opis, za jakie czynności ucznia należy przyznawać kolejne punkty. Najczęściej opis ma charakter hierarchiczny tj. uczeń otrzymuje wyższą liczbę punktów, jeśli spełnia wymagania zapisane nie tylko przy tej liczbie, ale także wcześniejsze.

Za każde poprawne i pełne rozwiązanie zadania nieuwzględnione w schemacie punktowania przyznajemy maksymalna liczbę należnych za to zadanie.

Zadanie 11. (0-3)

1 pkt – zapisanie podanej liczby w postaci: $3^{79} + 3^{80} + 3^{81} - 3^{80}$
lub $3^{79} + 3^{81}$
2 pkt – poprawne wyłączenie przed nawias czynnika: 3^{79}
3 pkt – zapisanie podanej liczby jako: $30 \cdot 3^{78}$

Przykładowe rozwiązanie
$3^{79} + 9^{40} + 27^{27} - 81^{20} = 3^{79} + 3^{80} + 3^{81} - 3^{80} = 3^{79} + 3^{81} = 3^{79} \cdot (1 + 3^2) = 10 \cdot 3^{79} = 30 \cdot 3^{78}$
Odpowiedź: Liczba $30 \cdot 3^{78}$ jest liczbą podzielną przez 30.

Zadanie 12. (0-3)

1 pkt – zapisanie podanej liczby w postaci:
$$\frac{8 \cdot (1 + 8 + 8^2) + 8^4 \cdot (1 + 8 + 8^2) + \ldots + 8^{298} \cdot (1 + 8 + 8^2)}{73}$$
lub w postaci:
$$\frac{8 \cdot 73 + 8^4 \cdot 73 + \ldots + 8^{298} \cdot 73}{73}$$
2 pkt – wyłączenie przed nawias czynnika 73: $\frac{73 \cdot (8 + 8^4 + \ldots + 8^{298})}{73}$

3 pkt – zapisanie podanej liczby jako $8 + 8^4 + \ldots + 8^{298}$

Przykładowe rozwiązanie

$$\frac{8 + 8^2 + 8^3 + \ldots + 8^{300}}{73} = \frac{8 \cdot (1 + 8 + 8^2) + 8^4 \cdot (1 + 8 + 8^2) + \ldots + 8^{298} \cdot (1 + 8 + 8^2)}{73} =$$
$$\frac{8 \cdot 73 + 8^4 \cdot 73 + \ldots + 8^{298} \cdot 73}{73} = \frac{73 \cdot (8 + 8^4 + \ldots + 8^{298})}{73} = 8 + 8^4 + \ldots + 8^{298}$$

Odpowiedź: Liczba $8 + 8^4 + \ldots + 8^{298}$ jest liczbą naturalną.

Zadanie 13. (0-3)

1 pkt – poprawne zapisanie równania: $4(x + 10) + 3 = 6x + 3$ lub $4(x + 10) = 6x$
2 pkt – poprawne obliczenie ilości większych lub mniejszych pojemników: 20 lub 30
3 pkt – poprawne obliczenie ilości piłek: 123

Przykładowe rozwiązanie
x – ilość większych pojemników
$x + 10$ – ilość mniejszych pojemników
$4(x + 10) + 3 = 6x + 3$
$4x + 40 + 3 = 6x + 3$
$2x = 40$
$x = 20$
$6 \cdot 20 + 3 = 123$

Odpowiedź: W sklepie sportowym było 123 piłki do tenisa ziemnego.

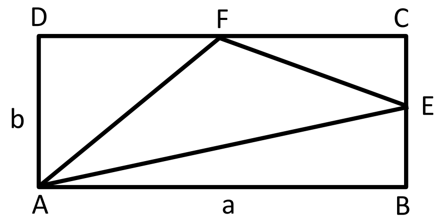
Zadanie 14. (0-3)

1 pkt – określenie jaką częścią pola prostokąta są pola przynajmniej dwóch spośród trójkątów CEF, ABE, ADF: $P_{CEF} = \frac{1}{8} \cdot P_{ABCD}$, $P_{ABE} = \frac{1}{4} \cdot P_{ABCD}$, $P_{ADF} = \frac{1}{4} \cdot P_{ABCD}$

2 pkt – poprawne zapisanie równania opisującego pole prostokąta ABCD jako sumę pól czterech trójkątów: $ab = 12\sqrt{3} + \frac{1}{8}ab + \frac{1}{4}ab + \frac{1}{4}ab$

3 pkt – poprawne obliczenie pola prostokąta ABCD: $32\sqrt{3}\text{cm}^2$

Przykładowe rozwiązanie



$P_{ABCD} = a \cdot b$

$P_{CEF} = \frac{1}{8} \cdot P_{ABCD} = \frac{1}{8}ab$

$P_{ABE} = \frac{1}{4} \cdot P_{ABCD} = \frac{1}{4}ab$

$P_{ADF} = \frac{1}{4} \cdot P_{ABCD} = \frac{1}{4}ab$

$P_{AEF} = 12\sqrt{3}\text{cm}^2$

$P_{ABCD} = P_{AEF} + P_{CEF} + P_{ABE} + P_{ADF}$

$ab = 12\sqrt{3} + \frac{1}{8}ab + \frac{1}{4}ab + \frac{1}{4}ab$

$ab = 12\sqrt{3} + \frac{5}{8}ab$

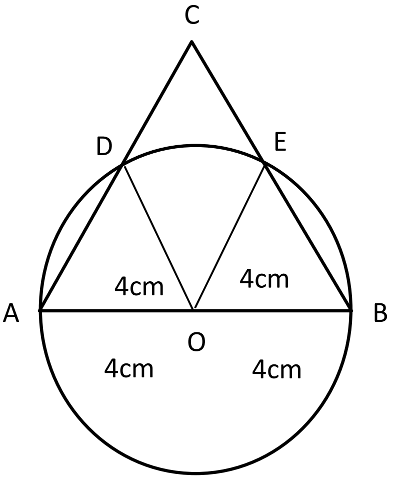
$\frac{3}{8}ab = 12\sqrt{3}$

$ab = 32\sqrt{3}$

Odpowiedź: Pole prostokąta ABCD wynosi $32\sqrt{3}\text{cm}^2$.

Zadanie 15. (0-3)

1 pkt – zauważenie, że figura składa się z dwóch trójkątów równobocznych oraz $\frac{1}{6}$ koła o promieniu 4cm
2 pkt – poprawne obliczenie pola trójkąta równobocznego lub $\frac{1}{6}$ koła o promieniu 4cm: $4\sqrt{3}\text{cm}^2$ lub $2\frac{2}{3}\pi$ [cm^2]
3 pkt – poprawne obliczenie części wspólnej koła oraz trójkąta: $8\sqrt{3} + 2\frac{2}{3}\pi$ [cm^2]



Przykładowe rozwiązanie

$P_F = 2 \cdot P_T + P_W$
$P_T = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}\text{cm}^2$
$P_W = \frac{1}{6}\pi r^2 = \frac{1}{6}\pi \cdot 4^2 = \frac{16}{6}\pi = 2\frac{2}{3}\pi$ [cm^2]
$P_F = 2 \cdot 4\sqrt{3} + 2\frac{2}{3}\pi = 8\sqrt{3} + 2\frac{2}{3}\pi$ [cm^2]

Odpowiedź: Pole powierzchni części wspólnej koła i trójkąta jest równe: $8\sqrt{3} + 2\frac{2}{3}\pi$ [cm^2].

Zadanie 16. (0-3)

1 pkt – poprawne obliczenie długości krawędzi czworościanu foremnego: 4 cm
2 pkt – poprawne obliczenie długości wysokości podstawy: $2\sqrt{3}$ cm
3 pkt – poprawne obliczenie kwadratu długości wysokości podstawy: 12 cm

Przykładowe rozwiązanie
$16\sqrt{3}\text{cm}^2 : 4 = 4\sqrt{3}\text{cm}^2$
$\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$
$a^2\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$
a = 4cm
$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$
$h = 2\sqrt{3}$ cm
$h^2 = (2\sqrt{3})^2 = 12$ cm

Odpowiedź: Kwadrat długość wysokości podstawy wynosi 12 cm.

Zadanie 17. (0-4)

Sposób I:
1 pkt – zauważenie, że 24 pracowników wykona resztę pracy w ciągu 24 dni
2 pkt – ułożenie równania, w którym x oznacza liczbę dni o które skróci się wykonanie tej pracy $(24 - x) \cdot 32 = 24 \cdot 24$, $(24 - x) \cdot 32 = 576$
3 pkt – rozwiązanie równania: $(24 - x) \cdot 32 = 24 \cdot 24$
4 pkt – pełne rozwiązanie zadania z podaniem odpowiedzi: 6 dni

Sposób II:
1 pkt – zauważenie, że 24 pracowników wykona resztę pracy w ciągu 24 dni
2 pkt – ułożenie równania, w którym x oznacza liczbę dni potrzebnych 32 pracownikom na wykonanie pozostałej pracy: $32x = 24 \cdot 24$, $32x = 576$
3 pkt – rozwiązanie równania: $32x = 24 \cdot 24$ i wyznaczenie $x = 18$
4 pkt – obliczenie o ile dni skróci się wykonanie pracy i podanie odpowiedzi: 6 dni

Przykładowe rozwiązanie

Sposób I:
$30 - 6 = 24$
24 pracowników wykona resztę pracy w ciągu 24 dni

x - liczbę dni o które skróci się wykonanie pracy
$(24 - x) \cdot 32 = 24 \cdot 24$
$768 - 32x = 576$
$-32x = -192$
$x = 6$
Odpowiedź: Czas wykonania tej pracy skróci się o 6 dni.

Sposób II:
$30 - 6 = 24$
24 pracowników wykona resztę pracy w ciągu 24 dni

x - liczba dni potrzebnych 32 pracownikom na wykonanie pozostałej pracy
$32x = 24 \cdot 24$
$32x = 576$
$x = 18$
$24 - 18 = 6$
Odpowiedź: Czas wykonania tej pracy skróci się o 6 dni.

Zadanie 18. (0-4)

1 pkt – zauważenie, że pole składa się z dwóch sześciokątów foremnych oraz sześciu kwadratów o jednakowych bokach i zapisanie wzoru na pole powierzchni całkowitej:
$2 \cdot 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 6a^2$ *lub* $3a^2\sqrt{3} + 6a^2$
2 pkt – zapisanie równania:
$3a^2\sqrt{3} + 6a^2 = 27(\sqrt{3} + 2)$
3 pkt – poprawne obliczenie długości krawędzi graniastosłupa: 3cm
4 pkt – poprawne obliczenie łącznej długości wszystkich krawędzi graniastosłupa: 54cm

Przykładowe rozwiązanie

$$2 \cdot 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 6a^2 = 27(\sqrt{3} + 2)$$
$$3a^2\sqrt{3} + 6a^2 = 27(\sqrt{3} + 2)$$
$$3a^2(\sqrt{3} + 2) = 27(\sqrt{3} + 2)$$
$$a^2 = 27$$
a = 3cm
$18 \cdot 3 = 54$cm
Odpowiedź: Łączna długość wszystkich krawędzi tego graniastosłupa wynosi 54cm.

Zadanie 19. (0-4)

1 pkt – zauważenie, że otrzymana bryła składa się z siedmiu sześcianów
2 pkt – poprawny sposób obliczenia pola powierzchni całkowitej otrzymanej bryły lub poprawny spsób obliczenia objętości
3 pkt – poprawne obliczenie pola powierzchni całkowitej otrzymanej bryły lub poprawne obliczenie jej objętości: $P_c = 1158\ cm^2$, $V = 1639\ cm^3$
4 pkt – poprawność rachunkowa w całym zadaniu i podanie poprawnych odpowiedzi wraz z jednostkami: ($P_c = 1158\ cm^2$, $V = 1639\ cm^3$)

Przykładowe rozwiązanie

Objętość otrzymanej bryły:
$V = 7cm \cdot 7cm \cdot 7cm + 6 \cdot 6cm \cdot 6cm \cdot 6cm = 343cm^3 + 1296\ cm^3 = 1639\ cm^3$

Pole powierzchni otrzymanej bryły:
$7cm \cdot 7cm = 49cm^2$,
$6cm \cdot 6cm = 36cm^2$,
$49cm^2 - 36cm^2 = 13cm^2$
$6 \cdot 13cm^2 = 78cm^2$

Pole powierzchni pięciu ścian wszystkich sześcianów o krawędzi 6cm:
$6 \cdot 5 \cdot 6cm \cdot 6cm = = 1080cm^2$

$P_{BRYŁY} = 1080cm^2 + 78cm^2 = 1158cm^2$

Odpowiedź: Pole powierzchni całkowitej otrzymanej bryły wynosi $1158cm^2$,
a objetość $1639\ cm^3$.