KONKURS Z MATEMATYKI

DLA UCZNIÓW SZKÓŁ PODSTAWOWYCH

ETAP REJONOWY

KLUCZ ODPOWIEDZI

Zasady przyznawania punktów

- **za każdą poprawną odpowiedź – 1 punkt**
- **za każdą poprawną odpowiedź w zadaniu 11 oraz 12 – 2 punkty**
- **za dwie poprawne odpowiedzi w każdym wierszu w zadaniu 13 - 1 punkt**
- **za błędną odpowiedź lub brak odpowiedzi – 0 punktów**

Nr zadania	Poprawna odpowiedź	
1.	B	
2.	D	
3.	C	
4.	B	
5.	C	
6.	D	
7.	C	
8.	A	
9.	A	
10.	A	
11.	D	
12.	D	
13.	3	nie ma
	5	nie ma
14.1	o $16\frac{2}{3}$ %	
14.2	nieskończenie wiele	
14.3	26	
14.4	1331	

Informacja ogólna o ocenianiu zadań otwartych

Niżej zaproponowano opis, za jakie czynności ucznia należy przyznawać kolejne punkty. Opis ma charakter hierarchiczny tj. uczeń otrzymuje wyższą liczbę punktów, jeśli spełnia wymagania zapisane nie tylko przy tej liczbie, ale także wcześniejsze.

Za każde poprawne i pełne rozwiązanie zadania nieuwzględnione w schemacie punktowania przyznajemy maksymalną liczbę punktów.

Zadanie 15. (0-2)

1 pkt – poprawne obliczenie wartości wyrażenia ($1\frac{4}{9}$)

2 pkt – poprawne porównanie wartości wyrażenia z liczbą 1,5 ($1\frac{4}{9} < 1{,}5$)

Przykładowe rozwiązanie

$$1+\frac{1}{1+\frac{2}{1+\frac{3}{1+4}}}=1+\frac{1}{1+\frac{2}{\frac{8}{5}}}=1+\frac{1}{1+\frac{10}{8}}=1+\frac{1}{\frac{18}{8}}=1+\frac{8}{18}=1\frac{8}{18}=1\frac{4}{9}$$

$$1\frac{4}{9} < 1{,}5$$

Odpowiedź: Wartość wyrażenia wynosi $1\frac{4}{9}$ i jest mniejsza od 1,5.

Zadanie 16. (0-2)

1 pkt – poprawne uzasadnienie jaką cyfrą jest cyfra jedności każdej z potęg:
$16^{100}, 25^{100}, 100^{100}, 777^{100}$
2 pkt – podanie poprawnej odpowiedzi: 0

Uwaga: Jeżeli uczeń podaje tylko samą odpowiedź bez uzasadnienia otrzymuje 0 pkt.

Przykładowe rozwiązanie

Cyfrą jedności liczby 16^{100} jest 6, 25^{100} jest 5, 100^{100} jest 0, a 777^{100} jest 1. Zatem cyfrą jedności wyrażenia: $16^{100} + 25^{100} + 100^{100} - 777^{100}$ jest 0.

Odpowiedź: Cyfrą jedności danego wyrażenia jest 0.

Zadanie 17. (0-3)

1 pkt – uzasadnienie, iż najdłuższy bok tego trójkąta może być równy co najwyżej 2003cm oraz suma dwóch krótszych boków trójkąta jest równa lub większa od 2004cm.
2 pkt – podanie jednej poprawnej odpowiedzi wraz z usadnieniem ile co najmniej lub ile co najwyżej centymetrów może mieć średni bok trójkąta: (1003cm lub 2002cm)
3 pkt – podanie dwóch poprawnych odpowiedzi: (1003cm i 2002cm)
Uwaga: Jeżeli uczeń podaje tylko samą odpowiedź bez uzasadnienia otrzymuje 0pkt.

Przykładowe rozwiązanie

Najdłuższy bok tego trójkąta może być równy co najwyżej 2003cm. Z własności trójkątów wynika, iż suma dwóch krótszych boków jest wówczas równa 2004cm. Zatem średni bok tego trójkąta jest równy co najmniej 1003cm (2003cm, 1003cm, 1001cm) oraz może mieć co nawyżej 2002 cm (2003cm, 2002cm, 2cm).

Odpowiedź:

Średni bok tego trójkąta może mieć co najmniej: 1003cm.
Średni bok tego trójkąta może mieć co najwyżej: 2002cm.

Zadanie 18. (0-3)

1 pkt – poprawne wyłączenie wspólnego czynnika przed nawias: (np. $8^8(8^2 + 3 \cdot 8 - 38)$)
2 pkt – przedstawienie danej liczby w postaci iloczynu liczby naturalnej oraz potęgi:
(np. $8^8 \cdot 50$ lub $2^{24} \cdot 50$)
3 pkt – poprawne przedstawienie liczby w postaci iloczynu liczby 100 oraz liczby naturalnej:
($100 \cdot 2^{23}$ lub $8^7 \cdot 4 \cdot 100$)

Przykładowe rozwiązanie

$8^{10} + 3 \cdot 8^9 - 38 \cdot 8^8 = 8^8(8^2 + 3 \cdot 8 - 38) = 8^8 \cdot 50 = 2^{24} \cdot 50 = 100 \cdot 2^{23}$

Odpowiedź: Podana liczba jest wielokrotnością liczby 100, gdyż można ją przedstawić w postaci iloczynu: $100 \cdot 2^{23}$.

Zadanie 19. (0-3)

1 pkt – prawidłowy sposób rozłożenia liczby 2250 na czynniki pierwsze: 2250 = 2·3·3·5·5·5
2 pkt – wskazanie dwóch par liczb dwucyfrowych, których iloczyn jest równy 2250 spośród następujących: (75 i 30; 50 i 45; 90 i 25)
3 pkt – poprawne wskazanie szukanych liczb wykorzystując informację, iż suma ich zaokrągleń jest równa 110: ($a = 75,\ b = 30$)

Przykładowe rozwiązanie

$$\begin{array}{r|l} 2\,250 & 2 \\ 1\,125 & 5 \\ 225 & 5 \\ 45 & 5 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Zatem:
2 250 = 2·3·3·5·5·5
75 · 30 = 2 250 lub 50 · 45 = 2 2250 lub 90 · 25 = 2 2250.
Suma zaokrągleń liczby 75 i 30 do dziesiątek jest równa 110. Stąd a = 75, b = 30.

Odpowiedź: Liczba a = 75, b = 30.

Zadanie 20. (0-3)

1 pkt – poprawne obliczenie objętości sześcianu lub objętości czterech graniastosłupów: (1728 cm^3 lub $192\sqrt{3}cm^3$)
2 pkt – poprawne obliczenie objętości sześcianu oraz objętości czterech graniastosłupów: (1728 cm^3 oraz $192\sqrt{3}cm^3$)
3 pkt – poprawne zapisanie jaka jest objętość otrzymanej bryły: ($1728 - 192\sqrt{3}$ [cm^3])
Uwaga: Jeżeli uczeń za $\sqrt{3}$ podstawia jego przybliżenie to może za zadanie 20 otrzymać maksymalnie 2 punkty.

Przykładowe rozwiązanie

Objętość sześcianu:

$V = 12\text{cm} \cdot 12\text{cm} \cdot 12\text{cm} = 1728\ \text{cm}^3$

Objętość czterech jednakowych graniastosłupów (podstawą każdego z nich jest trójkąt równoboczny)

$V = 4 \cdot \frac{4^2 \cdot \sqrt{3}}{4} \cdot 12 = 192\sqrt{3}\text{cm}^3$

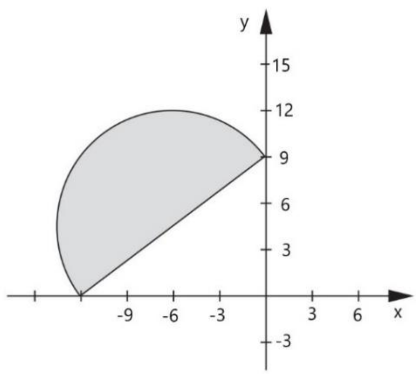
Objętość otrzymanej bryły:
$1728 - 192\sqrt{3}\ [\text{cm}^3]$

Odpowiedź: Objętość otrzymanej bryły wynosi $1728 - 192\sqrt{3}\ [\text{cm}^3]$

Zadanie 21. (0-4)
1 pkt – poprawny sposób obliczenia średnicy półkola: ($12^2 + 9^2 = x^2$)
2 pkt – poprawne obliczenie promienia półkola: (7,5)
3 pkt – poprawne obliczenie obwodu figury lub pola: (7,5π + 15 lub 28,125π)
4 pkt – pełne rozwiązanie zadania: (7,5π + 15 oraz 28,125π)
Uwaga: Jeżeli uczeń za π podstawia 3,14 lub inne przybliżenie może za zadanie 21 otrzymać maksymalnie 2 punkty.

Przykładowe rozwiązanie

$x = 2r$ - długość średnicy półkola
$12^2 + 9^2 = x^2$
$x^2 = 225$
$x = 15$
$r = 7,5$
Obwód figury:
Obwód $= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 7,5 + 15 = 7,5\pi + 15$



Pole figury:

Pole $= \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 7,5^2 = 28,125\pi$

Odpowiedź: Obwód figury jest równy 7,5π + 15, a pole 28,125π.