KONKURS MATEMATYCZNY

DLA UCZNIÓW GIMNAZJUM

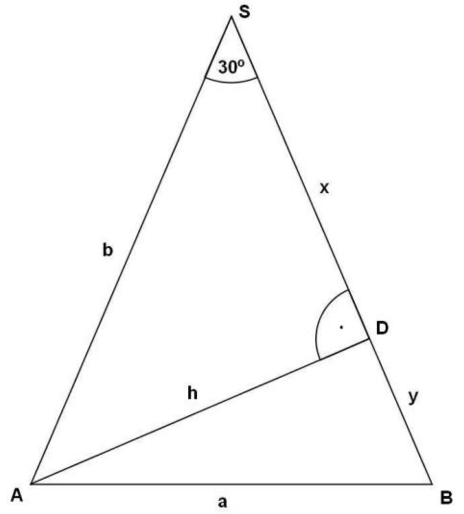
Klucz odpowiedzi do ETAPU WOJEWÓDZKIEGO

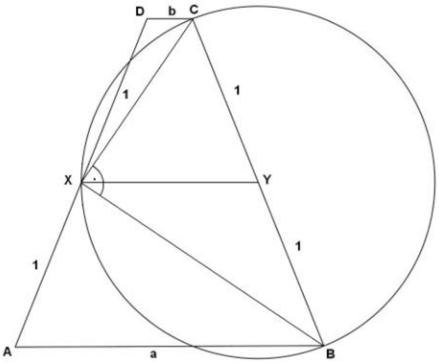
Zadania zamknięte:

Nr zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Poprawna odpowiedź	C	B	B	C	A	C	D	A	B D	C D	B C D	F F
Ilość punktów	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2

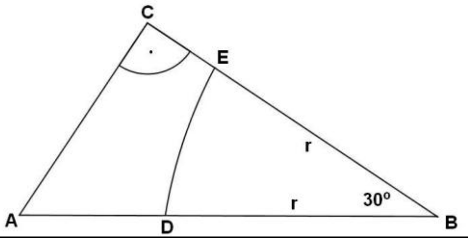
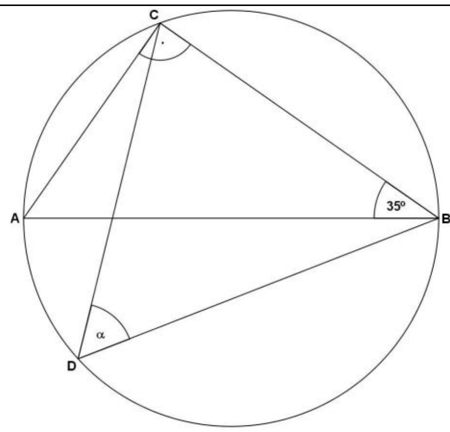
Zadania otwarte:

1. Zadania należy ocenić według zamieszczonego poniżej klucza odpowiedzi.
2. Jeżeli uczeń poprawnie rozwiązał zadanie inną metodą niż podana w kluczu (jeśli żadna nie była wskazana w tekście zadania), otrzymuje maksymalną liczbę punktów za to zadanie.

Zad.	Odpowiedzi		Liczba pkt.
13	 h = 5 cm	- wykonanie rysunku i wprowadzenie oznaczeń	1
	ΔADS jest Δ prostokątnym o kątach ostrych równych 30^o i 60^o, więc b = 10 cm	- wyznaczenie długości krawędzi bocznej	1
	oraz $x = 5\sqrt{3}\text{cm}$ $y = (10 - 5\sqrt{3})\text{cm}$	- wyznaczenie długości odcinków x i y	1
	$h^2 + y^2 = a^2$ $5^2 + \left(10 - 5\sqrt{3}\right)^2 = a^2$	- poprawna metoda obliczenia długości krawędzi podstawy	1
	$25 + 100 - 100\sqrt{3} + 75 = a^2$ $200 - 100\sqrt{3} = a^2$	- poprawne obliczenia i wynik	1
	$P_p = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ $P_p = \frac{\left(200 - 100\sqrt{3}\right)\sqrt{3}}{4}$	- poprawna metoda obliczenia pola podstawy	1
	$P_p = \frac{200\sqrt{3} - 300}{4}$ $P_p = (50\sqrt{3} - 75)\text{cm}^2$	- poprawne obliczenia i wynik	1
		Razem:	**7 pkt.**

14		- wykonanie rysunku oraz wprowadzenie oznaczeń i danych na podstawie treści zadania	1
	Y to środek okręgu opisanego na ΔBCX o promieniu równym 1, więc |XY| = 1	- przeprowadzenie wnioskowania	1
	$\lvert XY\rvert = \frac{a+b}{2}$	- zapisanie zależności	1
	$1 = \frac{a+b}{2}$ $a+b=2$	- obliczenie sumy podstaw trapezu	1
	Obw. = a + b + 2 · |AD| Obw. = 2 + 2 · 2 = 6	- obliczenie obwodu trapezu	1
		Razem:	**5 pkt.**
15	$\frac{3^{a+3}-2\cdot 3^{a+2}}{3^{a+1}+3^{a-1}} =$ $= \frac{3^a\cdot 3^3-2\cdot 3^a\cdot 3^2}{3^a\cdot 3^1+3^a\cdot 3^{-1}}$	- przekształcenie wyrażenia	1
	$\frac{3^a(27-2\cdot 9)}{3^a\left(3+\frac{1}{3}\right)}$	- wyłączenie wspólnego czynnika przed nawias	1
	$9:\frac{10}{3}=\frac{27}{10}=2{,}7$ 2,7 – szukana stała	- uzyskanie końcowego wyniku	1
		Razem:	**3 pkt.**
16	$\begin{cases} x^2(x+y)=80 \\ x^2(2x-3y)=80 \end{cases}$ z postaci układu wynika, że x + y = 2x – 3y	- zauważenie zależności	1
	stąd x = 4y	- zapisanie związku	1
	$(4y)^2\cdot(4y+y)=80$	- zastosowanie metody podstawiania	1
	$16y^2\cdot 5y=80$ $80y^3=80$ $y=1$	- obliczenie y	1
	x = 4 · 1 = 4 Odp. Rozwiązaniem układu jest para liczb x = 4 i y = 1	- obliczenie x i podanie rozwiązania układu	1
		Razem:	**5 pkt.**

17	a, b, c, d, e - liczby całkowite spełniające równość $(4-a)(4-b)(4-c)(4-d)(4-e)=12$ Teza: **a + b + c + d + e = 17**	- zapisanie założenia i tezy	1
	Przyjmijmy, że $a > b > c > d > e$. Zauważmy, że 12 można przedstawić jako iloczyn 5 różnych liczb całkowitych tylko w 1 sposób : $(-2)(-1)\cdot 1\cdot 2\cdot 3$	- zauważenie zależności	1
	Stąd mamy: a = 6 b = 5 c = 3 d = 2 e = 1	- wyznaczenie wszystkich liczb	1
	6 + 5 + 3 + 2 + 1 = 17	- sprawdzenie tezy	1
		Razem:	**4 pkt.**
18	x- liczba banknotów 100zł y - liczba banknotów 200zł x + y - liczba wszystkich banknotów $\frac{x}{x+y}\cdot 100\%$ - taki % wszystkich banknotów stanowią banknoty 100zł	- wprowadzenie oznaczeń i zapisanie warunku	1
	$\frac{100x+200y}{x+y}=120$	- zapisanie równania dotyczącego średniej wartości 1 banknotu	1
	$100x+200y=120x+120y$ $80y=20x$ $4y=x$	- wyznaczenie zależności	1
	$\frac{4y}{4y+y}\cdot 100\%=\frac{4y}{5y}\cdot 100\%=80\%$ Banknoty 100zł stanowią 80% liczby wszystkich banknotów.	- wyznaczenie szukanego procentu i odpowiedź	1
		Razem:	**4 pkt.**

19		- wykonanie rysunku i wprowadzenie oznaczeń	1
	Zauważmy, że w ΔABC: $\lvert AB\rvert = c$ $\lvert AC\rvert = \frac{c}{2}$ $\lvert BC\rvert = \frac{c\sqrt{3}}{2}$	- zapisanie długości boków w Δ prostokątnym ABC	1
	$P_w = \frac{30^o}{360^o}\cdot \pi r^2 = \frac{\pi r^2}{12}$	- obliczenie pola wycinka	1
	$P_\Delta = \frac{1}{2}\cdot\lvert AC\rvert\cdot\lvert BC\rvert$ $P_\Delta = \frac{1}{2}\cdot\frac{c}{2}\cdot\frac{c\sqrt{3}}{2} = \frac{c^2\sqrt{3}}{8}$	- obliczenie pola Δ ABC	1
	$P_w = \frac{1}{2}P_\Delta$ $\frac{\pi r^2}{12} = \frac{1}{2}\cdot\frac{c^2\sqrt{3}}{8}$	- zapisanie równości wynikającej z treści zadania	1
	$16\pi r^2 = 12c^2\sqrt{3}$ $r^2 = \frac{12c^2\sqrt{3}}{16\pi} = \frac{3c^2\sqrt{3}}{4\pi}$ $r = \frac{c}{2}\sqrt{\frac{3\sqrt{3}}{\pi}}$	- obliczenie r	1
		Razem:	**6 pkt.**
20		- zauważenie, że ΔABC jest prostokątny, bo kąt ACB jest prosty jako kąt wpisany oparty na półokręgu	1
	$\lvert\sphericalangle CAB\rvert = 90^o - 35^o = 55^o$	- obliczenie miary kąta wpisanego CAB	1
	α = 55°, bo ∢CAB i ∢CDB to kąty wpisane oparte na tym samym łuku, więc ich miary są równe	- wyznaczenie α i podanie uzasadnienia	1
		Razem:	**3 pkt.**