

KONKURS MATEMATYCZNY KLUCZ ODPOWIEDZI ETAP WOJEWÓDZKI

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
D	C	A	D	B	C	B	A	D	B	A	C

13.	14.	15.	16.	17.	18.
F P P	P P P	F P P	F P F	P P F	F F F

Zad.19

- Przekształcenie liczby z tezy do postaci: $2(a^5 - a) + 10(2a - 1)$ **2 pkt**
 Skorzystanie z założenia $a^5 - a = 10p$ (p - liczba całkowita) i przekształcenie otrzymanej liczby do postaci: $10(2p + 2a - 1)$ **1 pkt**
 uzasadnienie, że powyższa postać wskazuje na podzielność przez 10, ponieważ wyrażenie w nawiasie jest całkowite dla a i p – całkowitych **1 pkt**

Zad.20

Założmy, że Bartek dał x zł, Maciek y zł, Tomek z zł. Zatem z treści zadania wynika, że :

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 330 \\ x \leq \frac{y+z}{2} \\ y \leq \frac{z+x}{2} \\ z \leq \frac{x+y}{2} \end{array} \right. , \text{ a stąd dalej kolejno : } \left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 330 \\ x \leq \frac{y+z}{2} \\ x \geq 2y - z \\ x \geq 2z - y \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x + y + z = 330 \\ x \leq \frac{y+z}{2} \\ x \geq \frac{y+z}{2} \end{array} \right. \quad \mathbf{2pkt}$$

Udowodnienie równości: $x = \frac{y+z}{2}$ (lub warunku równoważnego $x=y=z$) **2pkt**

Podanie i uzasadnienie odpowiedzi: $x = 110$. **1pkt**

Zad.21

$24^a \cdot 25^b \cdot 27^c \cdot 30^d = (2^3 \cdot 3)^a \cdot (5^2)^b \cdot (3^3)^c \cdot (2 \cdot 3 \cdot 5)^d = 2^{3a} \cdot 3^a \cdot 5^{2b} \cdot 3^{3c} \cdot 2^d \cdot 3^d \cdot 5^d = 2^{3a+d} \cdot 3^{a+3c+d} \cdot 5^{2b+d}$. **2pkt**
 Aby to wyrażenie było równe 1, wykładniki potęg powinny się zerować jednocześnie, zatem $3a+d = 0$ i $a+3c+d = 0$ i $2b+d = 0$ dla a, b, c, d będących liczbami całkowitymi różnymi od zera.

Stąd $a = -\frac{1}{3}d$ i $b = -\frac{1}{2}d$ i $c = -\frac{2}{9}d$. **2pkt**

Zatem przyjmując np. $d = -18$, mamy $a = 6$ i $b = 9$ i $c = 4$, czyli istnieją liczby całkowite opisane w treści zadania. **1pkt**

Zad.22

$$2\sqrt{3+\sqrt{5-\sqrt{13+\sqrt{48}}}} = 2\sqrt{3+\sqrt{5-\sqrt{(2\sqrt{3}+1)^2}}} = 2\sqrt{3+\sqrt{5-|2\sqrt{3}+1|}} = \quad \mathbf{2pkt}$$

$$2\sqrt{3+\sqrt{5-2\sqrt{3}-1}} = 2\sqrt{3+\sqrt{4-2\sqrt{3}}} = 2\sqrt{3+\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}} = \quad \mathbf{1pkt}$$

$$2\sqrt{3+|\sqrt{3}-1|} = 2\sqrt{3+\sqrt{3}-1} = 2\sqrt{2+\sqrt{3}} = \quad \mathbf{1pkt}$$

$$\sqrt{2}\sqrt{4+2\sqrt{3}} = \sqrt{2}\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2} = \quad \mathbf{1pkt}$$

$$\sqrt{2}|\sqrt{3}+1| = \sqrt{2}(\sqrt{3}+1) = \sqrt{6} + \sqrt{2} \quad \mathbf{1pkt}$$

UWAGI:

- *Zadania otwarte wymagają przedstawienia szczegółowego rozumowania.*
- *Za rozumowanie błędne lub niekompletne uczeń nie może otrzymać kompletu punktów.*
- *Każda w pełni poprawna metoda rozwiązania zadania nie zawarta w kluczu oceniana jest na komplet punktów.*