KONKURS Z MATEMATYKI
DLA UCZNIÓW SZKÓŁ PODSTAWOWYCH

KLUCZ ODPOWIEDZI DO ARKUSZA – ETAP WOJEWÓDZKI

<table>
<tr><th>Numer zadania</th><th colspan="2">Poprawna odpowiedź</th><th colspan="2">Liczba punktów</th></tr>
<tr><td>1.</td><td colspan="2">A</td><td colspan="2">1</td></tr>
<tr><td>2.</td><td colspan="2">B</td><td colspan="2">1</td></tr>
<tr><td>3.</td><td colspan="2">C</td><td colspan="2">1</td></tr>
<tr><td>4.</td><td colspan="2">A</td><td colspan="2">1</td></tr>
<tr><td>5.</td><td colspan="2">B</td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td>6.</td><td colspan="2">A</td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td>7.</td><td colspan="2">D</td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td>8.</td><td colspan="2">D</td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td>9.</td><td colspan="2">P, P, F</td><td colspan="2">3</td></tr>
<tr><td>10.</td><td colspan="2">D</td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td>11.</td><td colspan="2">B</td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td>12.</td><td colspan="2">P, F, P</td><td colspan="2">3</td></tr>
<tr><td>13.</td><td colspan="2">B</td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td colspan="5">Zadania z luką</td></tr>
<tr><td>14.</td><td colspan="2">432</td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td>15.</td><td colspan="2">1368</td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td rowspan="4">16.</td><td>B</td><td>13, 6, 7</td><td>1</td><td rowspan="4">Razem
4 pkt.</td></tr>
<tr><td>C</td><td>100, 99</td><td>1</td></tr>
<tr><td>D</td><td>100, 101</td><td>1</td></tr>
<tr><td>E</td><td>n, n - 1</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="3">17.</td><td>I</td><td>36</td><td>1</td><td rowspan="3">Razem
3 pkt.</td></tr>
<tr><td>II</td><td>46</td><td>1</td></tr>
<tr><td>III</td><td>15</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="3">Razem</td><td colspan="2">35 pkt.</td></tr>
</table>

Zadania otwarte - schemat oceniania

Ogólne zasady przyznawania punktów:

1. Jeżeli uczeń poprawnie rozwiązał zadanie inną niż podana w schemacie rozwiązania metodą, otrzymuje maksymalną liczbę punktów należnych za to zadanie.

2. Obowiązuje holistyczny sposób oceniania zadań.

3. Jeżeli uczeń popełnił błąd rachunkowy, a zastosował poprawną metodę (poprawny tok rozumowania) i rozwiązał zadanie do końca, to traci tylko jeden punkt.

4. Obliczenia w zadaniach powinny ilustrować metodę rozwiązania.

5. Jeżeli uczeń nie przedstawił żadnych obliczeń, a napisał poprawną odpowiedź – nie otrzymuje punktów.

Zadania otwarte III etap

Zadanie 18 (0 – 2)

Długości boków trójkąta równoramiennego to x oraz $2x + 1$, gdzie $x > 0$. Oblicz obwód tego trójkąta. **Zapisz wszystkie obliczenia i odpowiedź.**

Przykładowe rozwiązanie

Trójkąt równoramienny - są dwie możliwości długości boków:

$x, x, 2x + 1$, ale $x + x = 2x$, stąd $2x < 2x + 1$ Zatem nie jest spełniony warunek nierówności trójkąta, czyli trójkąt o podanych długościach boków nie istnieje.	$x, 2x + 1, 2x + 1$ – trójkąt o podanych długościach boków istnieje, a jego obwód jest równy: $5x + 2$

Odp. Obwód trójkąta jest równy $5x + 2$.

Punktacja za rozwiązanie zadania

2 pkt. – rozwiązanie bezbłędne, obliczenie obwodu trójkąta: $5x + 2$

1 pkt. – podanie długości trzeciego boku trójkąta: $2x + 1$

0 pkt. - rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

Uwaga!

Jeśli uczeń oblicza obwód dla niewłaściwej długości boku, to otrzymuje - **0 pkt.**

Jeśli uczeń oblicza obwód w obu przypadkach: dla właściwej i niewłaściwej długości boku, to otrzymuje **– 0 pkt.**

Zadanie 19 (0 – 4)

Cena batoników „Smakuś" w hurtowni zależy od liczby zakupionych sztuk. Przy zakupie ponad 50 sztuk tych batoników, na każdy następny zakupiony batonik otrzymuje się stały procentowy rabat (obniżka ceny). Batonik kupiony z rabatem kosztuje 1,20 zł. Właściciel sklepu za 120 zakupionych batoników zapłacił 164 zł. Ile procent wynosi rabat? **Zapisz wszystkie obliczenia i odpowiedź.**

Przykładowe rozwiązania

I sposób

Obliczamy liczbę batoników kupionych z rabatem:

120 – 50 = 70   50 sztuk bez rabatu,   70 sztuk z rabatem

Obliczamy kwotę wydaną na zakup batoników z rabatem:

$70 \cdot 1{,}20 = 84$ zł

Obliczamy cenę jednego batonika bez rabatu:

164 – 84 = 80 zł,   80 : 50 = 1,60 zł

Obliczamy różnicę cen, czyli kwotę rabatu:

1,60 – 1,20 = 0,40 zł

Obliczamy, ile % ceny stanowi rabat:

$\frac{0{,}40}{1{,}60} \cdot 100\% = 25\%$

Odp. Rabat wynosi 25%.

II sposób

x – cena batonika bez rabatu

$50x + 70 \cdot 1{,}20 = 164$

$50x = 80$

$x = 1{,}60$ zł

1,60 - 100%

1,20 - x%

$x = 75\%$ 100% - 75% = 25%

Odp. Rabat wynosi 25%.

Punktacja za rozwiązanie zadania

4 pkt. – rozwiązanie bezbłędne – obliczenie wysokości rabatu: 25%

3 pkt. – uczeń stosuje poprawną metodę obliczenia jaki procent stanowi rabat, ale nie doprowadza rozwiązania do końca

lub

uczeń ustala inny procent rabatu w wyniku popełnionych błędów rachunkowych lub dokonuje niewłaściwego wyboru

2 pkt. – uczeń w poprawny sposób oblicza cenę jednego batonika bez rabatu

1 pkt. – uczeń stosuje poprawną metodę obliczenia kwoty wydanej na zakup batoników nie objętych rabatem

lub

ułożenie równania prowadzącego do obliczenia ceny jednego batonika bez rabatu

0 pkt. - rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

Zadanie 20 (0 – 4)

Do prostopadłościennego zbiornika o wymiarach $4\frac{1}{2}$ m x 2 m x $2\frac{2}{5}$ m prowadzą dwie rury. Pierwsza rura napełnia zbiornik wodą w ciągu 6 godzin, a druga w ciągu 4 godzin.
W ciągu ilu godzin zostanie napełniony zbiornik przez obie rury?
Ile litrów wody mieści się w tym zbiorniku?
Zapisz wszystkie obliczenia i odpowiedź.
<u>**Przykładowe rozwiązanie**</u>

$\frac{1}{6}$ - taką część zbiornika napełni pierwsza rura w ciągu jednej godziny,

$\frac{1}{4}$ - taką część zbiornika napełni druga rura w ciągu jednej godziny,

$\frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12}$ - taką część zbiornika napełnią obie rury w ciągu jednej godziny,

$1 : \frac{5}{12} = \frac{12}{5} = 2{,}4$ godziny .

Dwie rury napełnią zbiornik w ciągu 2 godzin 24 minut.

$V = 4\frac{1}{2}\text{ m} \cdot 2\text{ m} \cdot 2\frac{2}{5}\text{ m} = 21{,}6\text{ m}^3$ – objętość zbiornika,

$21{,}6\text{ m}^3 = 21600$ litrów.

W zbiorniku mieści się 21600 litrów wody.

Punktacja za rozwiązanie zadania

4 pkt. – rozwiązanie bezbłędne - obliczenie czasu napełnienia zbiornika przez dwie rury: 2 godziny 24 minuty oraz objętości zbiornika w litrach: 21600 litrów

3 pkt. – uczeń oblicza, ile litrów wody mieści się w zbiorniku oraz stosuje poprawną metodę obliczenia czasu napełnienia zbiornika przez dwie rury, ale popełnia błąd rachunkowy

lub

uczeń oblicza czas potrzebny do napełnienia zbiornika przez dwie rury, ale podaje objętość zbiornika w innej jednostce niż w litrach lub w ogóle nie liczy objętości zbiornika

2 pkt. - uczeń oblicza, ile litrów wody mieści się w zbiorniku oraz jaką część zbiornika napełnią dwie rury razem w ciągu jednej godziny

lub

uczeń oblicza objętość doprowadzonej wody (w dowolnej jednostce) przez obie rury razem w ciągu jednej godziny (3600 + 5400 = 9000l) oraz podaje ile litrów wody mieści się w zbiorniku

1 pkt. – uczeń zapisuje jaką część zbiornika napełnią obie rury razem w ciągu jednej godziny

lub

uczeń oblicza objętość doprowadzonej wody (w dowolnej jednostce) przez obie rury razem w ciągu jednej godziny (3600 +5400 = 9000l)

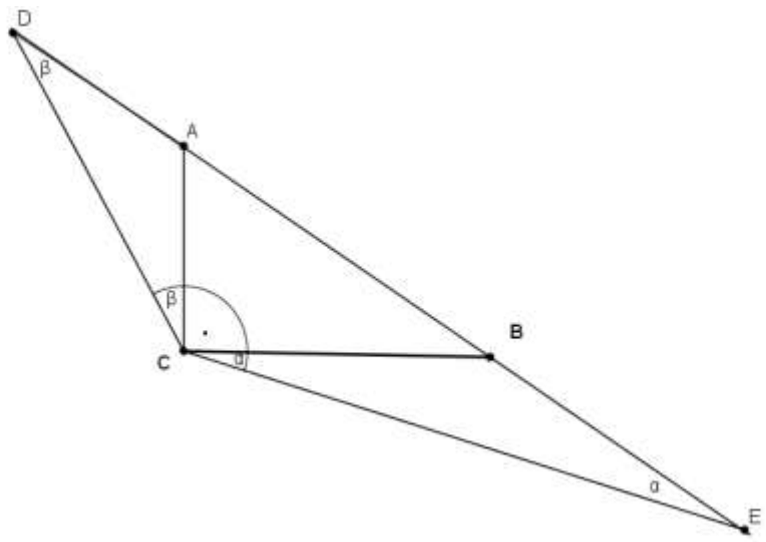
lub

uczeń oblicza, ile litrów wody mieści się w zbiorniku

0 pkt. - rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

Zadanie 21 (0 – 5)

W trójkącie prostokątnym ABC przedłużono przeciwprostokątną AB i na tym przedłużeniu odłożono odcinek AD równy bokowi AC oraz odcinek BE równy bokowi BC. Jaką miarę ma powstały kąt DCE? **Zapisz wszystkie obliczenia i odpowiedź.**



__Przykładowe rozwiązanie__

Trójkąt ABC jest prostokątny oraz |AD| = |AC| i |BE| = |BC|

Trójkąty: ADC i BCE są równoramienne

W trójkącie ADC: $|\angle ADC| = |\angle ACD| = \beta$

W trójkącie BCE: $|\angle BCE| = |\angle BEC| = \alpha$

Suma kątów wewnętrznych w trójkącie CED równa jest 180°, czyli

$2\alpha + 2\beta + 90° = 180°$, zatem

$\alpha + \beta = 45°$, stąd

$|\angle DCE| = 45° + 90° = 135°$.

Odp. Miara kąta DCE jest równa 135°.

Punktacja za rozwiązanie zadania

5 pkt. – rozwiązanie bezbłędne – obliczenie miary szukanego kąta: 135°

4 pkt. – obliczenie sumy kątów $\alpha + \beta = 45°$

3 pkt. – zapisanie związku między kątami w całym trójkącie (równość oparta na sumie kątów wewnętrznych w trójkącie DCE)

lub

innych zależności między kątami w powstałych trójkątach prowadzących do obliczenia miary szukanego kąta

2 pkt. – zauważenie przynajmniej jednego z dwóch trójkątów równoramiennych – uczeń zaznacza na rysunku lub zapisuje odpowiednie informacje

1 pkt. – poprawnie wykonany rysunek

0 pkt. - rozwiązanie błędne lub brak rozwiązania

Uwaga!

Uczeń musi wykonać rysunek zgodny z treścią zadania, w przeciwnym przypadku uzyskuje – **0 pkt**.

Jeśli uczeń podaje prawidłową miarę kąta DCE, ale wykonuje obliczenia przyjmując konkretne miary kątów w trójkącie ABC, to maksymalnie uzyskuje - **2 pkt**.